Análises de Confiabilidade e Falibilidade de Sistemas Complexos

- *Certificador de produto Aeroespacial (DCTA/IFI)*
- *Representante Governamental da Garantia da Qualidade– RGQ (DCTA/IFI)*
- *Pós-graduado em Engenharia de Confiabilidade e em Engenharia de Segurança de Sistemas (ITA)*
- *Especialização em Engenharia e Análise de Sistemas (Itália)*
- *Participação no programa conjunto (Brasil-Itália) de desenvolvimento da aeronave militar caça-bombardeiro AM-X*
- *Experiência de uma década como Engenheiro responsável pela manutenção "off aircraft" de sistemas eletrônicos e instrumentos de aeronaves.*

jberquo@dcabr.org.br/jberquo@gmail.com

MSC 72– 13MAI2019

Em nossos passos iniciais, no estudo da Confiabilidade (Reliability) ou Falibilidade (Fallibility ou Unreliability) de um sistema, começamos normalmente com análises de sistemas ditos simples, isto é, sistemas com diagramas de blocos (unidades) em série ou em paralelo, ou ambos, isto é, com diagramas de blocos série-paralelo. As expressões matemáticas utilizadas nesses diagramas já nos são bem conhecidas. Entretanto, existem sistemas cujos diagramas não são nem só série ou paralelo e nem série-paralelo; são os chamados sistemas complexos. Nestes casos, temos de utilizar outros recursos para resolvê-los. Este é o tema deste MSC. Devemos dizer que o assunto requer razoável atenção.

Lembremos, inicialmente, que a Confiabilidade é a probabilidade de um sistema operar com sucesso por um tempo t[(1)], em determinadas condições, sendo representada pela letra R (do inglês *Reliability*).

Consideremos então, de início, o diagrama de blocos ou de unidades[(2)] da Fig.1. Trata-se de um diagrama série-paralelo simples.

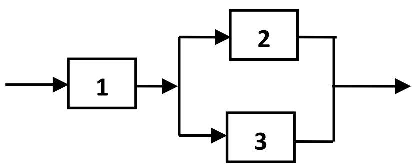

Fig. 1 – Exemplo de Sistema série-paralelo

Para facilitar o cálculo da Confiabilidade do sistema, começamos pelo ramo paralelo (2, 3), considerando que (2) e (3) realizam a mesma função, como nas redundâncias de sistemas na aviação[(3)]. A falha do inteiro ramo paralelo só ocorrerá se houver a falha de (2) e (3). Desse modo, a falibilidade $F_P(t)$ do ramo paralelo é $F_P = F_2.F_3$, onde F_2 e F_3 são a falibilidade de (2) e (3), respectivamente. Resulta então um bloco P, em série com o bloco (1), como na figura 2.

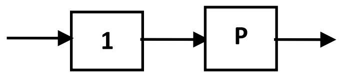

Fig. 2 – Sistema série decorrente do sistema da Fig.1

Tendo em conta que R + F = 1, a Confiabilidade do bloco P será dada por $R_P = 1 - F_P$[(4)]. Portanto, a Confiabilidade exata do sistema é:

$$R_S = R_1 . R_P = R_1 . (1 - F_P)$$

Simples, não? Agora, observemos o diagrama de blocos da Fig. 3. Trata-se de um sistema complexo.

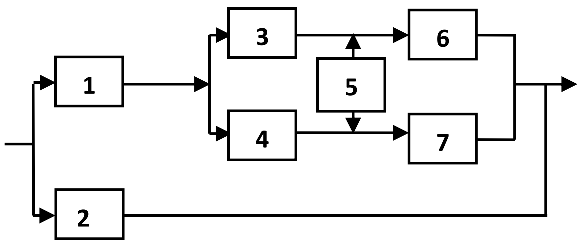

Fig. 3 – Exemplo de Sistema Complexo

Notem que se não existisse a unidade 5, o sistema seria do tipo série-paralelo, com três trajetórias da entrada até a saída, quais sejam: (1, 3, 6), (1, 4, 7) e (2). Mas, com a presença da unidade 5, temos 5 trajetórias entre esses pontos: (1, 3, 6), (1, 4, 7), (1, 3, 5. 7), (1, 4, 5, 6) e (2).

Como determinar a Confiabilidade do sistema? Complicado, não? É, mas, felizmente, sempre tem gente pensando em coisas sérias. Um deles foi *Shooman, M. L.* (V. Ref. 1), que em 1990 apresentou um método para resolver esse tipo de problema. Trata-se do *Path-Tracing Method*; numa tradução livre: Método das Trajetórias.

---

(1) Enfatizamos que sempre estaremos considerando neste trabalho um tempo t = 1h, para simplificar os cálculos.

(2) Os blocos do diagrama de Confiabilidade representam unidades ativas de um sistema de uma aeronave.

(3) Porém, não é somente em aviação; um sistema de bombeamento de água de um prédio, por exemplo, é constituído, no mínimo, de duas bombas, cada uma realizando a mesma função, ou seja, bombeamento.

(4) Recordemos que R + F =1 ou 100%, i.e, a probabilidade de um sistema falhar ou não falhar é 1 ou 100%, porque ou ele falha (F) ou não falha (R).

Os entes importantes do método são os chamados conjuntos de trajetórias (*path sets*) e os conjuntos de cortes (*cut sets*). Um conjunto de trajetória (CT) é um conjunto de unidades que formam uma conexão em série entre a entrada e a saída do sistema, seguindo as setas da trajetória considerada. Portanto, são conjuntos de trajetórias (CT), na Fig. 3: (1, 3, 6), (1, 4, 7), (1, 3, 5. 7), (1, 4, 5, 6) e (2).

Um conjunto de trajetórias mínimo (CTM) é um conjunto com um número mínimo de unidades necessárias para garantir a conexão entre a entrada e a saída. No caso da Fig. 3, são CTM as trajetórias $\mathbf{T_1}$ = (1, 3, 6), $\mathbf{T_2}$ = (1, 4, 7) e $\mathbf{T_3}$ = (2). O conjunto (1, 3, 5, 7) e (1, 4, 5, 6) não são CTMs, porque (1, 3, 6) e (1, 4, 7) são suficientes para garantir as duas trajetórias que passam pelos ramos paralelos.

Por outro lado, um conjunto de corte (CC) é um conjunto de unidades que se falharem interrompem todas as possíveis conexões entre a entrada e a saída. São eles, na Fig.3: C_1 =(1, 2), C_2 = (3, 4, 2), C_3 = (6, 7, 2), C_4 = (3, 5, 7, 2) e C_5 =(4, 5, 6, 2).

Um conjunto de corte mínimo (CCM) é o menor conjunto de unidades para garantir uma interrupção do fluxo até a saída. São CCMs os conjuntos: (1, 2), (3, 4, 2) e (6, 7, 2).

Considerando inicialmente os CTMs, podemos dizer, rigorosamente, que a confiabilidade do sistema é dada pela relação (1), a seguir, mas <u>somente se os CTMs forem disjuntos</u>[(5)].

$$\mathbf{R_S = Pr(T_1 \cup T_2 \cup T_3) = P_r(T_1)+P_r(T_2)+P_r(T_3),} \qquad \mathbf{(1)}$$

onde $\cup$ é o símbolo de "união" da Álgebra de Boole.

No entanto, no nosso exemplo, dois dos CTMs, T_1 e T_2, não são disjuntos, em virtude de conterem, ambos, a unidade 1. Neste caso, a expressão exata é dada por

R_S = $Pr(T_1 \cup T_2 \cup T_3)$ – $Pr(T_1 \cap T_2 \cap T_3)$, ou mais precisamente:

$$\mathbf{R_S = [Pr(T_1)+Pr(T_2)+Pr(T_3)] - [Pr(T_1 \cap T_2) + Pr(T_1 \cap T_3) + Pr(T_2 \cap T_3)]} \qquad \mathbf{(2)}$$

Onde $\cap$ é o símbolo de "interseção" da Álgebra de Boole.

Observem que $\mathbf{(T_1 \cap T_2) = (1)}$, mas $\mathbf{(T_1 \cap T_3) = (\ )}$ e $\mathbf{(T_2 \cap T_3) = (\ )}$, i.e, não existem as interseções $\mathbf{(T_1 \cap T_3)}$ e $\mathbf{(T_2 \cap T_3)}$. Dizemos então que os $\mathbf{T_i}$s são quase ou altamente disjuntos, ou que o valor de (2) é muito próximo do valor de (1).

Seja como for, é útil escrever:

$$\mathbf{R_S \leq P_r(T_1)+P_r(T_2)+P_r(T_3),} \qquad \mathbf{(3)}$$

i.e, com o sinal de igualdade substituído pelo sinal de desigualdade, indicando que o valor da confiabilidade do sistema <u>não supera</u> o valor dado pela expressão (1). É uma expressão útil, principalmente para os habituais tempos de missão das viagens de aeronaves comerciais[(6)].

A aproximação dada pela (3) é tanto melhor quanto menor for a confiabilidade das unidades que integram as $\mathbf{T_i}$s, o que, na realidade, não é habitual na prática, em função da tecnologia atual, que confere valores muito altos à confiabilidade das unidades, destacadamente para unidades eletrônicas.

Não obstante, calculemos, a título de exercício, o valor da expressão (1), supondo que as unidades sejam eletrônicas (confiabilidades altas das unidades), o que nos permite usar a expressão $e^{-\lambda t}$ = Exp($-\lambda t$)[7] para a confiabilidade das unidades. Consideremos, por exemplo, as seguintes taxas de falha para os CTMs: $\lambda_1 = 1.10^{-6}$, $\lambda_2 = 1.10^{-5}$, $\lambda_3 = 2.10^{-5}$ e $\lambda_4 = \lambda_5 = 1.10^{-4}$.

Temos então, com t=1h:

$\mathbf{R_S \leq e^{-(\lambda i)}}$= $\text{Exp}[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)$ = Exp $[-(1.10^{-6} + 1.10^{-5} + 2.10^{-5} + 1.10^{-4} + 1.10^{-4})]$ = Exp(-0,000231)≅ **0,9998.**

Pois bem, existe uma outra maneira de calcular a Confiabilidade, partindo da expressão da Falibilidade F. Se R + F = 1, resulta, como já vimos, que R = 1 – F.

A Falibilidade F_S, por sua vez, pode ser obtida a partir dos conjuntos de corte mínimos (CCM) pela seguinte expressão:

$$\mathbf{F_S = Pr\ (C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup \ldots \cup C_{n-1} \cup C_n\ )} \qquad \mathbf{(4)}$$

Como R + F =1, vem que $Pr(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \ldots C_{n-1} \cup C_n)$ = 1 – 0,9998 = 0,0002 = $2{,}0.10^{-4}$.

Mas, assim como no caso dos CMTs, a expressão só será exata <u>se os CCMs forem disjuntos</u>, o que não ocorre com o exemplo da Fig. 3, visto que as unidades 2, 3, 4, 5, 6 e 7 estão presentes em mais de um CCM. Desse modo, a expressão (4) fornece um valor para a Falibilidade F_S ligeiramente maior que o valor exato dado pela expressão (5), a seguir.

$$\mathbf{F_S = Pr\ (C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup \ldots \cup C_{n-1} \cup C_n\ ) - Pr(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap \ldots \cap C_n),} \qquad \mathbf{(5)}$$

que é menor que o valor dado pela **(4).** Então, usando a **(4)** temos forçosamente que escrever:

$$\mathbf{F_S \leq Pr\ (C_1 \cup C_2 \cup C_3 \ldots C_{n-1} \cup C_n\ ).}$$

Como R = 1 - F , podemos escrever:

$$\mathbf{R_S \geq 1 - [Pr(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup \ldots \cup C_5) = 1 - [Pr(C_1) \cup Pr(C_2) \cup Pr(C_3) \cup \ldots \cup Pr(C_5)]} \qquad \mathbf{(6)}$$

---

(5) Dois conjuntos são <u>disjuntos</u> ou <u>mutuamente exclusivos</u> quando a interseção dos mesmos é um conjunto vazio, ou seja: A∩B = (   ) ou ∅.

6 Sem entrar em detalhes, em virtude do espaço disponível, tempos menores que 50 horas são seguramente considerados pequenos (V. Ref. 1).

7 Onde λ é a taxa de falha de uma unidade.

Desta feita, com o sinal de desigualdade, mas agora indicando que o valor de R_S, na realidade, supera o valor obtido pela Expressão **(1).**

Lembramos que dependendo da complexidade do sistema, o melhor caminho é resolver o problema com a ajuda de um computador com *SW* dedicado.

Bem, vamos finalizando por aqui, informando, adicionalmente, que a técnica dos conjuntos de corte mínimos (CCMs) é também aplicável à FTA (*Fault Tree Analysis*). Numa outra oportunidade, trataremos desse assunto.

Obrigado e até a próxima.

Referências:

1. *Modarres M., Reliability and Risk Analysis, Marcel Dekker, Inc.,1.993, NY (EUA).*

2. *Shooman, M.L., Probabilistic Reliability: An Engineering Approach, 2a. Ed., Kreiger, 1.990, Melbourne.*